陆鑫峰, 曹钊, 唐晓峰. 基于双 Bezier 曲线的自动驾驶车辆避障轨迹规划[J]. 智能计算机与应用,2026,16(1):192-197.
DOI:10.20169/j.issn.2095-2163.24032503

基于双 Bezier 曲线的自动驾驶车辆避障轨迹规划

陆鑫峰, 曹 钊, 唐晓峰
(扬州大学 机械工程学院, 江苏 扬州 225127)

摘 要: 为满足无人驾驶汽车行驶避障过程中安全性和舒适性的要求,提出了基于双 Bezier 曲线的避障轨迹规划方法。首先结合当前环境和换道始末状态计算出中转位置及状态,采用 2 次 Bezier 曲线规划轨迹避免与障碍物发生碰撞。根据仿真实验结果显示,针对不同初始速度情况,本文提出的双 Bezier 曲线紧急避障轨迹规划算法在横向速度、加速度和算法运行时间等方面表现优异。得到的轨迹满足了车辆的安全避障需求,提高了安全性,并且车辆操纵稳定性良好,证明该方法在实际应用中具有潜在价值。

关键词: 自动驾驶; 轨迹规划; 紧急避障; Bezier 曲线
中图分类号: TP273 **文献标志码**: A **文章编号**: 2095-2163(2026)01-0192-06

Emergency obstacle avoidance trajectory planning based on double Bezier curves

LU Xinfeng, CAO Zhao, TANG Xiaofeng
(School of Mechanical Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, Jiangsu, China)

Abstract: To meet the requirements of safety and comfort during the driving process of autonomous vehicles, an emergency obstacle avoidance trajectory planning method based on double fifth-order Bezier curves is proposed. The paper calculates the transfer position and state based on the current environment and the starting and ending states of lane changing, and uses two Bezier curves to plan the trajectory to avoid collision with obstacles. According to the simulation results of trajectory planning and trajectory tracking, the proposed dual Bezier curve emergency obstacle avoidance trajectory planning algorithm has advantages in terms of lateral speed, acceleration, and algorithm running time under different operating conditions. The obtained trajectory meets the obstacle avoidance requirements of the vehicle, improves the safety, and has good handling stability, proving that the algorithm has certain practical application value.

Key words: autonomous driving; trajectory planning; emergency obstacle avoidance; Bezier curve

0 引 言

无人驾驶技术中的避障轨迹规划是关键技术之一,稳定的避障行为能够提高车辆通行效率,国内外学者对无人驾驶车辆的避障轨迹规划问题做了大量的研究。常用的避障轨迹规划方法有人工势场法、基于采样的方法、基于优化函数的方法和基于搜索的方法。Li 等学者[1]提出了基于安全距离模型的转向与制动协调避障策略,利用五次多项式规划避障轨迹。He 等学者[2]提出了一种基于分段的多项式防碰撞路径规划技术,采用多元高斯分布模型估计障碍物速度,计算障碍物轨迹规划避障路径。李克玉等学者[3]提出了基于预规划路径优化的 RRT 算法,先在障碍物膨胀规则和相交规则下生成预路径,最后通过 RRT 算法在状态点引导下搜索规划避障路径。Fehér 等学者[4]在无人驾驶车辆的避障控制中使用分层控制框架,并使用强化学习算法来规划避障轨迹,在多种场景下进行训练,为神经网络输出基于多项式的避障轨迹和速度曲线提供必要参数。陈鹏宇等学者[5]通过分析车辆性能边界及碰撞边界,基于五阶 Bezier 曲线规划车辆避障换道轨迹。Feng 等学者[6]提出了横向变道间隔模型和纵向制动距离模型,并将安全距离模型引入人工势场

作者简介: 陆鑫峰(2000—),男,硕士研究生,主要研究方向:自动驾驶车辆的规划控制技术; 曹 钊(2001—),男,硕士研究生,主要研究方向:自动驾驶车辆的控制技术。
通信作者: 唐晓峰(1980—),男,讲师,硕士生导师,主要研究方向:智能车辆,人工智能,智能空间。Email:2745277864@qq.com。

收稿日期: 2024-03-25

算法(APF)生成避障轨迹。Li 等学者[7]为 D* Lite 算法设置障碍物与无人驾驶车辆的安全距离，并引入车辆的动力学约束，增加路径的搜索方向，最后利用三次贝塞尔曲线进行平滑处理生成连续曲率的路径。

综上所述，Bezier 曲线被广泛用于无人驾驶车辆的换道规划和避障规划中[8-16]，规划时多会通过增加阶次来使得规划轨迹的曲率及曲率变化率更加平滑，在避障规划时会加入车辆性能边界和前车碰撞边界约束。但规划过程中计算量大，规划时间长，不能满足紧急避障下的避障规划要求。

针对上述问题，本文提出一种基于双 Bezier 曲线避障规划，通过计算换道避障中转位置，使车辆与障碍物不再有横向干涉后使用 2 次 Bezier 曲线规划，增加避障换道的安全性和舒适性。

1　双 Bezier 曲线换道避障策略

为了确保智能车辆在结构化道路上安全行驶，需要建立合理的避障策略。这种策略基于车辆的行驶状态和前方障碍物的类型，选择适当的避障方式，包括停车避障、跟车避障和换道避障[17-20]。首先，车辆会对前方障碍物是否处于静止状态进行判断。如果障碍物静止，车辆会优先选择换道避障，如果没有可行驶的道路，将会采取停车避障措施。如果前方障碍物是动态车辆，车辆会判断前车速度是否高于本车速度。如果是，就优先选择跟车避障，否则会考虑换道或停车避障。

无人驾驶车辆在结构化道路上行驶时，障碍物主要是交通车辆，如图 1 所示。当前方车辆发生故障或者发生事故时，为保证主车安全快速通过、此时就要进行避障换道以避免发生碰撞。

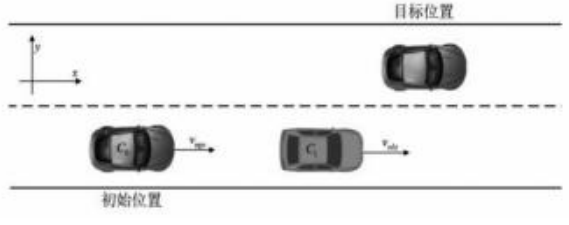


图 1　避障换道路况示意图

Fig. 1　Diagram of obstacle avoidance and road changing conditions

本文提出了一种针对避障换道情况的双 Bezier 曲线换道轨迹规划算法。在这个算法中，换道过程被分为 2 个阶段进行规划。首先，进行五阶 Bezier 规划，以确保换道车辆能够到达预先设计的换道中转位置。在这次规划中，换道车辆的横向位移比交通车辆的车身宽度要大，以避免与交通车辆发生碰撞。然后，进行第二次规划，此时换道车辆与交通车辆在纵向上没有交集，从而进一步确保避免在换道过程中发生碰撞，如图 2 所示。通过采用双 Bezier 曲线换道轨迹规划算法，可以有效地规划出安全、高效的换道轨迹，提高自动驾驶系统在避障换道场景中的性能。

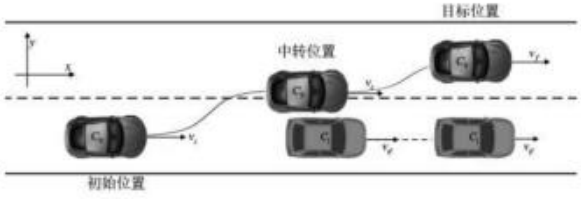


图 2　双 Bezier 曲线轨迹规划示意图

Fig. 2　Schematic diagram of dual Bezier curve trajectory planning

该算法思路如下：首先，根据无人车初始状态和障碍车状态，计算中转位置；其次，根据无人车避障初始状态和中转位置状态，进行首次 Bezier 曲线规划；到达中转位置后，根据车辆中转状态和避障目标状态进行二次 Bezier 曲线规划。

2　车辆运动学模型

动力学主要研究作用于物体的力与物体运动的关系，而车辆运动学模型一般用于分析车辆的平顺性和车辆操纵的稳定性[5]。车辆运动学模型如图 3 所示。

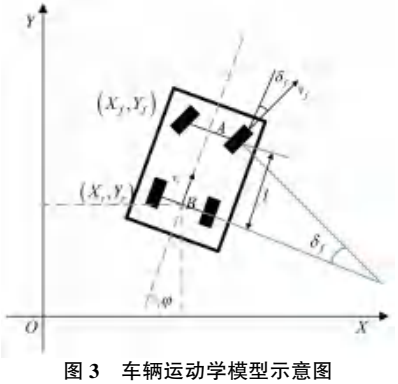


图 3　车辆运动学模型示意图

Fig. 3　Schematic diagram of vehicle kinematic model

A、B 点分别表示车辆前后轴中心，(X_f, Y_f)、(X_r, Y_r) 分别表示车辆前后轴中心坐标，φ 表示车辆航向角；v_f 表示车辆前轴中心速度；v_r 表示车辆后轴中心速度；δ_f 为车辆转向角。

道路曲率(k)、转向半径(r)、车辆轴距(l)以及前轮转角(δ_f)之间的关系为：

$$k = \frac{1}{r} = \frac{\tan\delta_f}{l} \tag{1}$$

在后轮行驶轴心 (X_r, Y_r) 处,速度为:

$$v_r = \dot{X}_r\cos\varphi + \dot{Y}_r\sin\varphi \tag{2}$$

在后轴轴心 B 处的运动学约束为:

$$\begin{cases}\dot{X}_r\sin(\varphi+\delta_f) - \dot{Y}_r\cos(\varphi+\delta_f) = 0\\ \dot{X}_r\sin\varphi - \dot{Y}_r\cos\varphi = 0\end{cases} \tag{3}$$

联立式(2)与式(3),得:

$$\begin{cases}\dot{X}_r = v_r\cos\varphi\\ \dot{Y}_r = v_r\sin\varphi\end{cases} \tag{4}$$

根据前、后轮的几何关系得:

$$\begin{cases}X_f = X_r + l\cos\varphi\\ Y_f = Y_r + l\sin\varphi\end{cases} \tag{5}$$

由式(2)~式(4)可得横摆角速度:

$$\omega = \frac{v_r}{l}\tan\delta_f \tag{6}$$

前轮转角为:

$$\delta_f = \arctan\left(\frac{l}{R}\right) = \arctan(lk) \tag{7}$$

联立式(4)和式(6),可得车辆运动模型为:

$$\begin{bmatrix}\dot{X}_r\\ \dot{Y}_r\\ \dot{\varphi}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\\ (\tan\delta_f)/l\end{bmatrix} v_r \tag{8}$$

通过运动学模型就能将任意 t 时刻下的无人车状态通过笛卡尔坐标、航向角和道路曲率这 4 个变量表示。这样一来,规划的轨迹可以看作由初始状态到终止状态的一组变量变化。

3 双 Bezier 曲线避障换道轨迹规划

3.1 双 Bezier 曲线公式

Bezier 是一种数学曲线,用于二维平面上的光滑曲线处理。该曲线的控制点简单易懂,特别适用于无人车的局部路径规划。通过设定起点并添加不同数量的控制点到曲线中,就可以进一步调整控制点的位置来控制曲线的弯曲方向和角度,从而实现精准的轨迹规划。

n 阶 Bezier 曲线可表示为通式:

$$B(t) = \sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}P_i(1-t)^{n-i}t = \binom{n}{0}P_0(1-t)^n t^0 + \binom{n}{1}_1(1-t)^{n-1}t^1 + \cdots + \binom{n}{i}P_n(1-t)^0 t^n,\quad t\in[0,1] \tag{9}$$

由 Bezier 通式可得五次 Bezier 曲线公式为:

$$P(t) = \binom{5}{0}(1-t)^5P_0 + \binom{5}{1}(1-t)^4P_1 + \binom{5}{2}(1-t)^3P_2 + \binom{5}{3}(1-t)^4P_3 + \binom{5}{4}(1-t)P_4 + \binom{5}{5}t^5P_5 \tag{10}$$

其中,P_0、$P_1 \sim P_5$ 表示各控制点坐标,$\binom{n}{i}$ 为二项式系数,表达式为:

$$\binom{n}{i} = C_n^i = \frac{n!}{(n-i)!} \tag{11}$$

将式(11)带入式(10)可得:

$$P(t) = (1-t)^5P_0 + 5t(1-t)^4P_1 + 10t^2(1-t)^3P_2 + 10t^3(1-t)^2P_3 + 5t^4(1-t)P_4 + t^5P_5 \tag{12}$$

在笛卡尔坐标系中,将车辆位置 (x,y) 表示成参数 t 的函数,则五阶 Bezier 曲线可以表示为:

$$\begin{cases}x = x_1(1-t)^5 + 5x_2t(1-t)^4 + 10x_3t^2(1-t)^3 + 10x_4t^3(1-t)^2 + 5x_5t^4(1-t) + x_6t^5\\ y = y_1(1-t)^5 + 5y_2t(1-t)^4 + 10y_3t^2(1-t)^3 + 10y_4t^3(1-t)^2 + 5y_5t^4(1-t) + y_6t^5\end{cases} \tag{13}$$

3.2 换道避障轨迹边界条件

当车辆传感器探测到前方障碍物静止或影响到本车行驶时,根据先前提及的避障策略,无人驾驶车辆将以当前位置为起点,采用双 Bezier 曲线进行避障规划,以执行换道避障策略规避前方车辆或障碍物。本文设计的双 Bezier 曲线避障轨迹规划,通过前置计算选取合适的中转位置使得避障轨迹在第一段与第二段都不会与前方障碍车辆发生碰撞,所以只需考虑车辆性能约束来确定 Bezier 曲线的边界。约束条件为:

$$\begin{cases}v_{\min} \leqslant v \leqslant v_{\max}\\ R \geqslant R_{\min}\\ a_{\min} \leqslant a_y \leqslant a_{\max}\\ a_y \leqslant \mu g\end{cases} \tag{14}$$

其中,$v_{\min}$、v 和 $v_{\max}$ 分别表示允许的最小车速、车速、允许的最大车速;$R_{\min}$、R 分别表示车辆的最小转弯半径、车辆转弯半径;$a_{\min}$ 和 $a_{\max}$ 分别表示车辆最小横向加速度、车辆最大横向加速度。分析可知,在车辆换道转向过程中,还需要考虑车辆性能极限,保证车辆在转向侧翻的指标是横向加速度的大小,如果当车辆开始变道时就会以最大横向加速度

$a_{max}=0.28g$ m/s^2 进行转向；g 为重力加速度；μ 为路面附着系数。

3.3　中转位置选择

主车初始状态可表示为：

$$S_{in}=(x_{in},\dot{x}_{in},\ddot{x}_{in},y_{in},\dot{y}_{in},\ddot{y}_{in}) \tag{15}$$

计算的中转位置车辆状态可表示为：

$$S_{cin}=(x_{cin},\dot{x}_{cin},\ddot{x}_{cin},y_{cin},\dot{y}_{cin},\ddot{y}_{cin}) \tag{16}$$

障碍车辆状态可表示为：

$$S_{tf}=(x_{tf},\dot{x}_{tf},\ddot{x}_{tf},y_{tf},\dot{y}_{tf},\ddot{y}_{tf}) \tag{17}$$

中转位置的选择要结合主车当前的初始状态、障碍车辆的状态以及两车的距离和相对速度等因素。综上可得：

$$\begin{cases}(x_{in},\dot{x}_{in},\ddot{x}_{in},y_{in},\dot{y}_{in},\ddot{y}_{in})=(0,v_s,0,0,0,0)\\(x_{cin},\dot{x}_{cin},\ddot{x}_{cin},y_{cin},\dot{y}_{cin},\ddot{y}_{cin})=(x_c,v_c,0,y_c,0,0)\\(x_{fin},\dot{x}_{fin},\ddot{x}_{fin},y_{fin},\dot{y}_{fin},\ddot{y}_{fin})=(x_f,v_f,0,y_f,0,0)\end{cases} \tag{18}$$

其中，v_s 表示主车初始速度；x_c 、y_c 和 v_c 分别表示换道中转位置状态的横向位移、纵向位移和速度；x_f 、y_f 和 v_f 分别表示目标位置状态的横向位移、纵向位移和速度。

假设主车与障碍车经过 t 时间后两车位置重合，对比可表示为：

$$v_t=v_{tf}+a_{tf}t \tag{19}$$

$$v_st=\begin{cases}v_{tf}t+x_{tf}, & a_{tf}=0\\\dfrac{v_t^2-v_{tf}^2}{2a_{tf}}+x_{tf}, & a_{tf}\neq 0\end{cases} \tag{20}$$

其中，v_t 表示 t 时间后障碍车辆的车速。

研究中又得到，T_{max} 可用下式计算求出：

$$T_{max}=\begin{cases}\dfrac{x_{tf}}{v_s-v_{tf}}, & a_{tf}=0\\\dfrac{-(v_{tf}-v_s)-((v_{tf}-v_s)^2-2a_{tf}x_{tf})^{\frac{1}{2}}}{a_{tf}}, & a_{tf}\neq 0\end{cases} \tag{21}$$

当 $v_{tf}>0$ 时，使用微元法进行分析，可得如下等式：

$$t_1=\frac{x_{tf}}{v_s} \tag{22}$$

$$t_2=\begin{cases}\dfrac{t_1v_{tf}}{v_s}, & a_{tf}=0\\\dfrac{(v_{tf}+a_{tf}t_1)^2-v_{tf}}{2a_{tf}v_s}, & a_{tf}\neq 0\end{cases} \tag{23}$$

$$T_1=t_1+t_2 \tag{24}$$

其中，T_1 表示动态换道时间 T 的首项。

当 $v_{tf}=0$ 时，为避免发生碰撞取 $T_1=0.9T_{max}$；可以通过以下公式表示：

$$T_1=\begin{cases}t_1+t_2, & v_{tf}>0\\0.9T_{max}, & v_{tf}=0\end{cases} \tag{25}$$

$$T_{max}-T_1>0 \tag{26}$$

无人车进行第一阶段规划后，中转状态的纵向位移（x_c）、速度（v_c）和换道时间（T）的数学计算公式具体如下：

$$x_c=T_1v_s \tag{27}$$

$$n=\begin{cases}\dfrac{T_{max}-T_1}{\Delta t}, & v_{tf}>0\\T_{max}, & v_{tf}=0\end{cases} \tag{28}$$

$$T=T_1+i\Delta t,\quad i=1,2,3,\cdots,n \tag{29}$$

其中，$\Delta t=0.1$ s。

4　实验分析

为了验证双 Bezier 曲线避障规划的有效性，在一条长为 100 m 的直行路段上，在无人驾驶车辆的前方 30 m 处有一台障碍车辆，并以 18 km/h 速度前进，分析不同车速情况下双 Bezier 曲线避障换道规划的性能效果，并利用汽车动力学仿真软件 Carsim 和 Matlab/Simulink 联合仿真平台测试自主驾驶车辆的避障规划效果。仿真流程如图 4 所示。

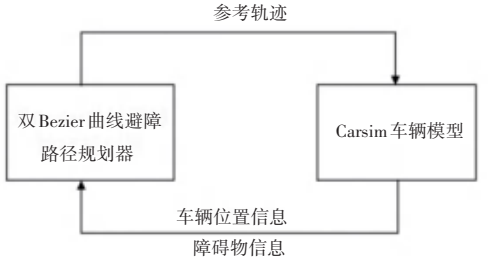


图 4　Carsim 和 Matlab 联合仿真

Fig. 4　Carsim and Matlab joint simulation

进一步，研究得到的不同速度下的避障曲线如图 5 所示。根据图 5 可知，本文提出的换道方法能够根据不同的行驶速度规划出相应的换道轨迹。而不同速度下的避障曲线的曲率如图 6 所示。根据图 6 可知，本方法规划的所有轨迹均满足起始点和终止点的曲率为零、且最大曲率均小于 a_{ymax}/v_1^2。在自车前方出现障碍物而采用换道避障策略情况下，当车速为 30 km/h 时，选择前方 48 m 处为中转位置；当车速为 40 km/h 时，选择前方 43.5 m 处为中转位置；当车速为 50 km/h 时，选择前方 40.8 m 处为中

转位置。中转位置的横向距离取 2 m。

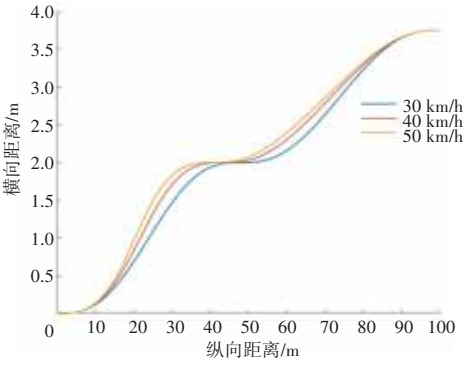


图 5 不同速度下的避障曲线

Fig. 5 Obstacle avoidance curves at different speeds

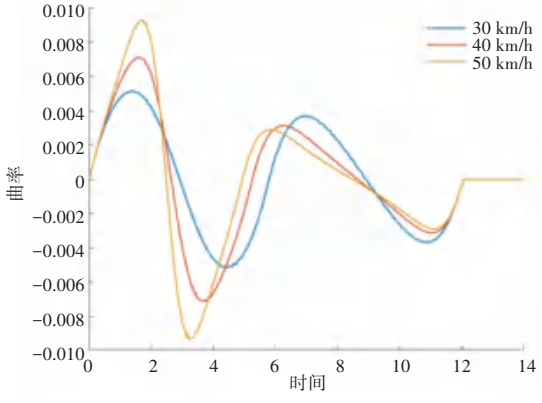


图 6 不同速度下的避障曲线的曲率

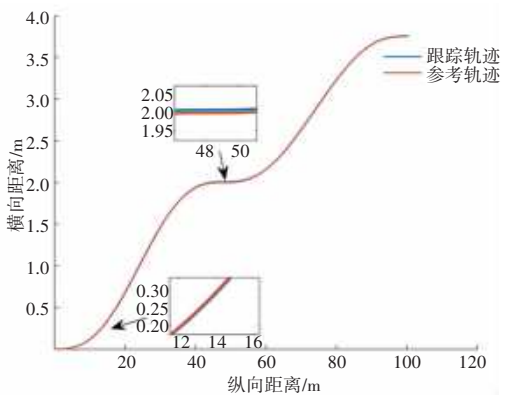
Fig. 6 Curvature of obstacle avoidance curves at different speeds

为验证该方法在实际车辆上的有效性,本文利用软件联合仿真对所研究的算法进行验证。自车辆以 30、40、50 km/h 速度在正常双向直行道路(道路中心线间距为 3.75 m)上进行避障模拟。不同初始速度下的轨迹跟踪效果如图 7 所示。联合仿真实验采用 CarSim 软件的 C-Class Hatchback 车型,具体参数见表 1。根据 3 种工况的轨迹跟踪实验结果显示,无人车在避障过程中效果良好,轨迹跟踪偏差较小。

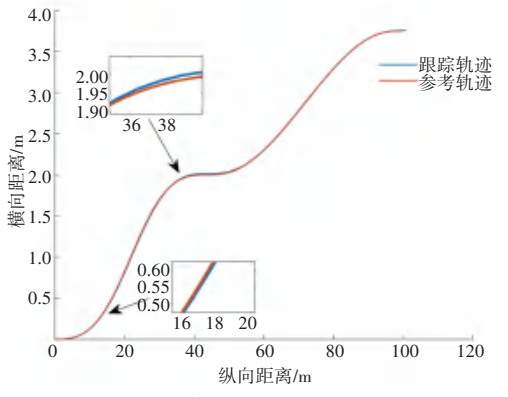
表 1 实验仿真车辆参数

Table 1 Experimental simulation vehicle parameters

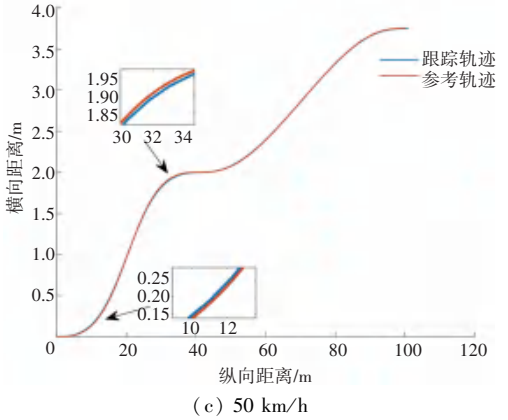
参数名称	数值
整车质量/kg	1 769
转动惯量/(kg·m)	3 962
质心到前轴距离/m	1.36
质心到后轴距离/m	1.58
前、后轮胎侧偏刚度	67 400
前、后轮胎纵向刚度	62 900
前、后轮胎滑移率	0.21



(a) 30 km/h



(b) 40 km/h



(c) 50 km/h

图 7 不同初始速度下的轨迹跟踪效果

Fig. 7 Trajectory tracking performance under different initial speeds

5 结束语

(1) 基于双五阶 Bezier 曲线规划的避障换道轨迹,确保曲线在起始位置和终止位置的曲率值为零,从而避免了车辆与障碍物的碰撞。这种轨迹规划使得车辆能够平稳地跟踪轨迹行驶。此外,针对不同的初始行驶速度,能够动态调整换道轨迹,增强了适应性和灵活性。

(2)在无人驾驶车辆行驶过程中前方出现障碍物采用换道避障策略时,通过本文方法规划无人车

可行轨迹，所规划的最优换道轨迹曲线更加平滑，跟踪过程满足车辆避障要求和车辆避障迅速的特点，为无人车采取换道避障策略时，规划出了可行的换道轨迹。

参考文献

[1] LI Shengqin, ZHAO Qingqing. Research on the emergency obstacle avoidance strategy of intelligent vehicles based on a safety distance model[J]. IEEE Access, 2023, 11:7124-7134.

[2] HE Wen, CHEN Yong, LIU Gang, et al. Emergency collision avoidance method with moving obstacles based on piecewise polynomial[J]. International Journal of Automotive Technology 2023, 24: 969-981.

[3] 李克玉，陆永耕，鲍世通，等. 基于改进 RRT 算法的无人机三维避障规划[J]. 计算机仿真，2021，38(8):59-63.

[4] FEHÉR Á, ARADI S, BÉCSI T. Online trajectory planning with reinforcement learning for pedestrian avoidance[J]. Electronics , 2022, 11: 2346.

[5] 陈鹏宇，孔令安，彭忆强. 基于五阶 Bezier 曲线的无人车避障轨迹规划[J]. 科学技术与工程，2022，22(31):13933-13941.

[6] FENG S, QIAN Y, WANG Y. Collision avoidance method of autonomous vehicle based on improved artificial potential field algorithm [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2021 (14):3416-3430.

[7] LI Chao, LI Xiaohui, LI Junxiang, et al. Trajectory planning for autonomous ground vehicles driving in structured environments [C]// Proceedings of 2017 9th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC). Piscataway, NJ:IEEE, 2017:41-46.

[8]《中国公路学报》编辑部. 中国汽车工程学术研究综述·2023 [J]. 中国公路学报，2023，36(11):1-192.

[9] LUO Zhaohui, ZHANG Youmin, MU Lingxia. A UAV path planning algorithm based on an improved D* lite algorithm for forest firefighting[C]// Proceedings of 2020 Chinese Automation Congress (CAC). Piscataway, NJ:IEEE, 2020: 4233-4237.

[10]赵颖，张琪，俞庭，等. 智能车辆避障路径规划方法研究[J]. 南京理工大学学报(自然科学版)，2023，47(2):148-154.

[11]AN X L. An obstacle avoidance path planning method of traffic accident based on vehicle networking [J]. Advances in Transportation Studies, 2022(S1):149-158.

[12]李军，周伟，唐爽. 基于自适应拟合的智能车换道避障轨迹规划[J]. 汽车工程，2023，45(7):1174-1183.

[13]DU Yan, GUO Da,ZHANG Xinfeng. Study of obstacle avoidance path planning method for intelligent vehicle[J]. Transport Energy Conservation & Environmental Protection, 2016, 12(3):17-22.

[14]吕佳，邱建岗. 智能汽车主动避障的改进蚁群路径规划方法[J]. 机械设计与制造，2023(1):55-59.

[15]任书宇，吴钦木，周还籍. 基于改进 A* 和 Lattice 算法的自动驾驶汽车路径规划研究[J]. 计算机与数字工程，2023，51(2):342-347.

[16]WANG Zezhong, WEI ChongFeng. Human-centred risk-potential-based trajectory planning of autonomous vehicles[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2023, 237(2-3):393-409.

[17]蒋立伟，谷涛涛，吴勇，等. 基于 Frenet 坐标系的车辆自动驾驶轨迹规划算法研究[J]. 科技传播，2022，14(21):10-14.

[18]彭浩楠，唐明环，查奇文，等. 自动驾驶汽车双车道换道最优轨迹规划方法[J]. 吉林大学学报(工学版)，2022，52(12): 2852-2863.

[19]张甫城，胡敏，江书真. 智能汽车换道轨迹规划曲线研究[J]. 汽车实用技术，2021，46(1):26-28.

[20]魏民祥，滕德成，吴树凡. 基于 Frenet 坐标系的自动驾驶轨迹规划与优化算法[J]. 控制与决策，2021，36(4):815-824.