

唐宇孝,周雪. 基于 MobileNetV2 的热超材料拓扑相模式识别[J]. 智能计算机与应用, 2025, 15(12): 157-163. DOI: 10.20169/j. issn. 2095-2163. 25071003

基于 MobileNetV2 的热超材料拓扑相模式识别

唐宇孝, 周雪

(重庆工商大学 人工智能学院(计算机科学与信息工程学院), 重庆 400067)

摘要: 热超材料作为一类通过人工微结构设计实现超常热传输特性的功能材料,在拓扑热器件设计中展现出调控热流定向传输的独特优势,其不同拓扑对应着截然不同的热传输行为,直接决定了拓扑热器件的功能特性与应用效能。然而,传统的热超材料拓扑相模式识别方法依赖严格的周期性假设,不仅计算复杂度高、耗时较长,还难以应对晶格缺陷与无序扰动引发的特征模糊问题。为此,本文提出一种基于轻量化 MobileNetV2 的深度学习框架,通过对所构建的二维 SSH 热传输系统多尺度数据集进行训练,实现对复杂材料拓扑相即体态、边态、角态的高效分类;考虑到该任务中小尺寸拓扑图像的特性,本文针对性地优化了模型输入层的卷积参数,引入加权交叉熵损失函数以缓解类别失衡问题,并依据验证集准确率,动态调整学习率。实验结果表明,在平移对称性系统中,模型对 4×4 、 6×6 、 8×8 晶胞维度的拓扑图像分类准确率分别达到 100%、95.2%、99.2%;而在非对称系统中, 8×8 晶胞仍实现全样本正确分类,准确率 100%,充分验证了模型对无序扰动的强鲁棒性,为拓扑热器件的智能分析与设计提供了新方法,显著提升了复杂材料系统中拓扑相的识别精度与效率。

关键词: 热超材料;拓扑相;模式识别;MobileNetV2;图像分类

中图分类号: TP391.4

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2025)12-00157-07

Pattern recognition of topological phases in thermal metamaterials based on MobileNetV2

TANG Yuxiao, ZHOU Xue

(College of Artificial Intelligence(School of Computer Science and Information Engineering),
Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract: Thermal metamaterials, a class of functional materials with extraordinary thermal transport properties achieved through artificial microstructure design, exhibit unique advantages in regulating the directional transport of heat flux in the design of topological thermal devices. Specifically, different topological phases of these materials correspond to distinctly different thermal transport behaviors, which directly determine the functional characteristics and application efficacy of topological thermal devices. However, traditional methods for recognizing topological phases in thermal metamaterials have significant limitations: they rely on strict periodicity assumptions, resulting in high computational complexity and long time consumption, while also struggling to address the feature ambiguity caused by lattice defects and disordered perturbations. To address these issues, this study proposes a lightweight MobileNetV2-based deep learning framework. By training on a multi-scale dataset of the constructed two-dimensional SSH thermal transport system, this framework achieves efficient classification of topological phases (bulk states, edge states, corner states) in complex materials. Meanwhile, considering the characteristics of small-sized topological images in this task, this paper specifically optimizes the convolution parameters of the model's input layer, introduces a weighted cross-entropy loss function to alleviate the class imbalance problem, and dynamically adjusts the learning rate based on the validation set accuracy. Experimental results show that in translationally symmetric systems, the model achieves classification accuracies of 100%, 95.2%, and 99.2% for topological images with 4×4 , 6×6 , and 8×8 unit cell dimensions, respectively; in asymmetric systems, the 8×8 unit cells still achieve correct classification of all samples (with an accuracy of 100%), fully verifying the model's strong robustness against disordered perturbations. This study provides a new method for the intelligent analysis and design of topological thermal devices, significantly improving the recognition accuracy and efficiency of topological phases in complex material systems.

Key words: thermal metamaterials; topological phases; pattern recognition; MobileNetV2; image classification

基金项目: 国家自然科学基金(12305041);重庆市教委自然科学基金重点项目(KJZD-K202300803)。

作者简介: 唐宇孝(1999—),男,硕士研究生,主要研究方向:深度学习,热超材料拓扑相。

通信作者: 周雪(1989—),女,博士,副教授,主要研究方向:人工智能热超材料,光谱检测及信号处理。Email:zhouxue@ctbu.edu.cn。

收稿日期: 2025-07-10

哈尔滨工业大学主办 ◆ 专题设计与应用

0 引言

热超材料作为一类通过人工微结构设计构建的功能性材料,其核心优势在于热传输特性的精准调控,通过亚波长尺度结构单元的周期性排列或非周期拓扑设计,可突破天然材料的热传输极限,实现负热导率、拓扑保护热传导等一系列超常热输运特性,这种独特的调控能力使其在集成电路、新能源材料、热功能器件设计等关键领域展现出极高的应用价值^[1-3]。拓扑热传输作为凝聚态物理与热管理工程的交叉研究领域,通过微纳尺度材料结构的对称性调控与耦合参数优化,为热流的定向引导与局域化操控提供了系统性的技术框架^[4-6]。其中,基于二维 Su-Schrieffer-Heeger (SSH) 模型构建的热输运系统极具代表性,该系统通过球棒四方晶格的周期性排列设计,可通过调制胞内、胞间热扩散系数,诱导产生一维边缘态与零维角态等局域化热模式^[7-9]。这类受拓扑保护的热传输特性,不仅拓展了拓扑热物理的理论边界,更为新型热功能器件的设计奠定了坚实的理论基础^[10-11]。然而,传统拓扑相识别方法高度依赖系统的严格周期性与对称性条件,不仅计算复杂度高、耗时较长,且当实际应用中出现晶格缺陷、材料组分不均或外部扰动时,基于能带结构计算与拓扑不变量分析的方法会面临边界态特征模糊、体态干扰增强等问题,导致局域化热模式的识别精度显著下降,特别是在非对称系统或复杂边界条件下,传统方法的鲁棒性不足已成为制约拓扑热管理技术工程化应用的关键瓶颈^[12-13]。

近年来,卷积神经网络(CNN)凭借对高维图像数据的深层解析能力,在材料热图像识别、材料热性能预测等场景中,展现出优异的非线性特征提取能力^[14]。Kim 等^[15]提出了一种轻量级自定义 CNN 模型,针对半导体封装基板复杂图案导致的各向异性有效热导率预测难题,将 PCB 层图案图像分割为局部单元胞,通过学习单元胞结构特征,识别局部热导率并整合为全域热导率图,预测误差仅 2%~3%,远优于传统方法($\geq 16\%$);Ejaz 等^[16]构建了一种回归型自定义 CNN 模型,以复合材料微观结构图像为输入,借助 CNN 直接建立结构与热导率的关联,无需依赖复杂的微观传热机制分析,实现了高效准确的热导率预测;Grossmann 等^[17]将 CNN 提取的材料视觉特征与红外热成像的温度统计特征(中位数、方差)融合,通过支持向量机实现材料分类,对铝/不

锈钢、木材/仿木材等视觉相似材料的识别准确率提升 6 个百分点,验证 CNN 在跨模态材料识别中的特征提取价值;Sandler 等^[18]提出 MobileNetV2 模型,设计了倒残差结构(Inverted Residuals)与线性瓶颈(Linear Bottlenecks)两大创新性核心模块,在继承 CNN 分层特征捕捉优势的基础上,大幅降低了模型参数量与计算复杂度,同时保持甚至提升了特征提取精度。本文创新性引入了自定义的 MobileNetV2 轻量级卷积神经网络模型,实现了对拓扑热传输系统中的边态与角态等局域化热模式的自动分类。

本文构建了基于热扩散系统的二维 SSH 模型,推导出相应哈密顿矩阵的数学表达式,计算矩阵特定参数条件下的特征值,并将各特征向量转化为二维矩阵,再通过颜色函数将该二维矩阵映射为 RGB 图像,并将其作为训练数据;通过调节胞间和胞内耦合参数,可生成大量新的拓扑热图像,以丰富数据集;通过本地部署并优化的 MobileNetV2 模型对数据集进行训练,并分别在平移对称性和非平移对称性系统条件下测试模型性能。实验表明,该模型通过多层级深度可分离卷积操作,能够自动捕捉热模式分布中的特征,在对称、非对称热传输系统等复杂场景下均实现了不同拓扑态的高精度分类;通过融合拓扑物理原理与深度学习算法,可在复杂条件、强噪声环境中实现对拓扑热模式的精准识别,为拓扑热传输的实时预测与逆向设计提供了新研究思路,有望推动拓扑热传输技术向实际工程应用的深度转化。

1 理论基础

首先构建用于热传导的二维 SSH(Su-Schrieffer-Heeger)模型,其基本单元结构由 4 个相邻位点组成,每个位点代表一个有限体积单元,负责局部热传导过程,将每个位点建模为球体,其特征参数包括热导率 κ 、密度 ρ 、热容量 c_p 和半径 r ,位点间通过与球体同材料的连接杆实现热交换,以简化模型并增强普适性。通过周期性排列四位点的球-棍单元,可构建适用于热扩散的有效二维 SSH 模型。相邻杆与球界面处的能量守恒特性,揭示了拓扑相变的可能性,而这类相变可通过调节位点间的跳跃项即热交换强度诱导产生^[19-20]。球-棍二维 SSH 模型示意图如图 1 所示。

通过傅里叶变换推导得到四点单元(四点位晶胞)的有效哈密顿量:

$$\hat{H}(k) = (-i) \begin{bmatrix} 2(D_1 + D_2) & -D_1 - D_2 e^{ik_x} & 0 & -D_1 - D_2 e^{ik_y} \\ -D_1 - D_2 e^{-ik_x} & 2(D_1 + D_2) & -D_1 - D_2 e^{ik_y} & 0 \\ 0 & -D_1 - D_2 e^{-ik_y} & 2(D_1 + D_2) & -D_1 - D_2 e^{-ik_x} \\ -D_1 - D_2 e^{-ik_y} & 0 & -D_1 - D_2 e^{ik_x} & 2(D_1 + D_2) \end{bmatrix} \quad (1)$$

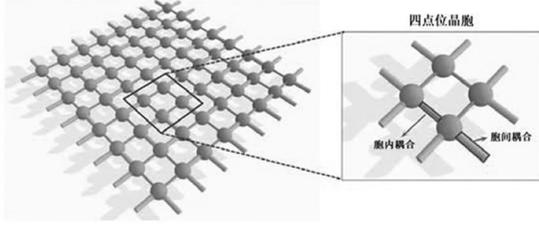


图 1 球-棍二维 SSH 模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of two-dimensional ball-and-stick SSH model

其中, D_1 和 D_2 表征胞内耦合杆与胞间耦合杆的扩散率。

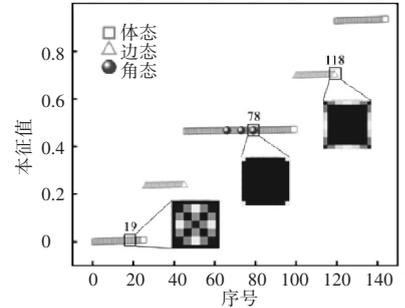
在典型二维 SSH 模型中, 调节单元胞内的跃迁项可引发高阶拓扑相变。具体而言, 在热输运场景下, 胞内和胞间耦合杆为相邻球体位点提供有效跃迁通道, 表明通过调控 D_1 和 D_2 的关键参数, 可实现高阶拓扑相的调控。

2 数据集的构建与处理

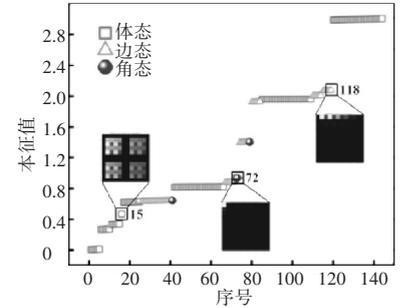
2.1 构建数据集

本文的数据集构建基于热扩散系统中的二维 SSH 模型, 采用四方晶格结构表征系统拓扑态特性。通过调控 D_1 和 D_2 的参数关系, 模拟 $D_1 < D_2$ 、 $D_1 = D_2$ 和 $D_1 > D_2$ 3 种耦合强度场景, 生成平移对称性系统下的拓扑态图像; 同时构建 4×4 、 6×6 、 8×8 三种晶胞维度的哈密顿矩阵, 用于模拟不同尺度的热扩散行为。所有图像通过数值求解哈密顿矩阵特征值问题获得, 将特征向量分量的实部、虚部及模转换为二维矩阵, 生成 800×800 像素的三通道标准化图像, 直观呈现拓扑态的空间局域特性。此外, 该数据集还包含了非平移对称性条件下所构建的拓扑态图像, 通过对哈密顿矩阵内部节点、边界点及四角节点的耦合系数施加非有理数倍的无序扰动, 模拟材料缺陷或非均匀结构, 打破晶格平移对称性, 生成的拓扑态图像具有复杂的能级分, 对称能级和非对称能级中 6×6 晶胞维度的哈密顿矩阵构建的能级图和拓扑态图像示例如图 2 所示。最终数据集包含近 10 000 张图像, 其中体态、边态、角态数量比例约为

40:8:1, 类别不均衡性反映了有限尺寸系统中非平凡拓扑态的稀缺性, 所有图像均手动分类并通过交叉验证, 确保标签准确性, 减少主观偏差。



(a) 对称能级



(b) 非对称能级

图 2 特定参数下 6×6 晶胞维度的哈密顿矩阵构建的能级图和拓扑态图像示例Fig. 2 Examples of energy level diagrams and topological state images constructed by Hamiltonian matrix with 6×6 unit cell dimension under specific parameters

2.2 数据集的预处理

为提升 MobileNetV2 模型的训练效果与泛化能力, 对图像数据进行预处理, 通过图像裁剪、随机翻转、随机缩放等预处理操作提升数据多样性, 将图像转换为张量后, 依据 ImageNet 的均值和标准差进行归一化处理, 加速模型收敛。针对数据集中体态、边态、角态的数量不均衡问题, 引入类别权重补偿机制, 根据样本数量的倒数比例计算权重系数, 设定体态、边态、角态的权重分别为 1、8、40, 使用加权交叉熵损失函数强化模型对少数类的学习能力。预处理后的数据集按 8:2 比例划分为训练集与测试集, 保留原始类别分布以贴近真实场景。

3 MobileNetV2 模型结构调整和参数设置

为适配本任务需求,对 MobileNetV2 模型的结构与参数进行了针对性调整,将模型默认输入尺寸从 224×224 调整为 32×32 ,并修改首层卷积参数,即卷积核大小 3、步长 1、填充 1,避免小尺寸图像在早期层因过度下采样导致细节丢失;在分类器中添加丢弃率为 0.3 的 Dropout 层以防止过拟合,同时调整全连接层适配三分类任务;采用加权交叉熵损失函数,权重设置为 $[1, 8, 40]$,显著提升模型对“边态”“角态”等少数类别的识别能力,有效解决类别不平衡问题;以 AdamW 替代传统 Adam 优化器,学习率为 0.000 5,权重衰减为 0.000 1,通过更稳定的权重衰减机制抑制过拟合;引入学习率衰减策略 (ReduceLRonPlateau),根据验证集准确率动态调整学习率,衰减因子为 0.5,连续 3 个训练轮次验证集准确率无提升时触发调整,加速收敛过程并助力模型逃离局部最优解。

本文采用混淆矩阵 (Confusion Matrix) 呈现模型预测结果与真实标签的对应关系,可全面反映分类器在各分类上的性能差异。在二分类问题中,混淆矩阵包含 4 个基本元素:

真正例 (TP): 正确预测某类别属于该类别的样本数量;

假正例 (FP): 错误地将其他类别预测为该类别的样本数量;

真反例 (TN): 正确预测某类别不属于该类别的样本数量;

假反例 (FN): 错误地将某类别预测为其他类别的样本数量。

针对本文的三分类任务即体态、边态、角态,混淆矩阵扩展为 3×3 结构: 行 (i) 表示真实类别,列 (j) 表示预测类别,对角线元素 ($C_{ij}, i = j$) 对应体态、边态、角态的正确分类样本数;非对角线元素 ($C_{ij}, i \neq j$) 表示真实为某类别的样本被误判为其他类别的数量。

为全面评估模型性能,本文采用准确率 (Accuracy)、精确率 (Precision)、召回率 (Recall)、F1 分数 (F1 Score) 和特异度 (Specificity) 5 类指标。

(1) 准确率 (Accuracy): 所有预测正确的样本数占总样本数的比例。计算如下式:

$$\text{Accuracy} = \frac{\sum_{i=1}^3 C_{ii}}{N_{\text{total}}} \quad (2)$$

(2) 精确率 (Precision): 预测为类别 i 的样本中真实属于 i 类的比例。计算如下式:

$$\text{Precision}_i = \frac{C_{ii}}{\sum_{j=1}^3 C_{ji}} \quad (3)$$

(3) 召回率 (Recall): 真实类别为 i 的样本中被正确预测的比例。计算如下式:

$$\text{Recall}_i = \frac{C_{ii}}{\sum_{j=1}^3 C_{ij}} \quad (4)$$

(4) F1 分数 (F1 Score): 精确率与召回率的调和均值。计算如下式:

$$F1_i = 2 \times \frac{\text{Precision}_i \times \text{Recall}_i}{\text{Precision}_i + \text{Recall}_i} \quad (5)$$

(5) 特异度 (Specificity): 真实不属于类别 i 的样本中被正确排除的比例。计算如下式:

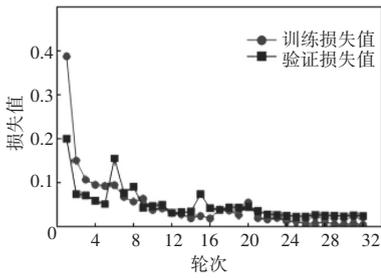
$$\text{Specificity}_i = \frac{\sum_{i \neq j} C_{jj}}{\sum_{i \neq j} \sum_{k=1}^3 C_{jk}} \quad (6)$$

准确率体现了模型整体的分类效能;在类别分布极不均衡的数据集中,F1 分数和召回率是评估少数类别即弱势类别性能的重要指标;精确率则有助于分析模型是否因数据分布的不平衡而倾向于多数类别即优势类别;特异度提供了额外的信息,有助于识别模型对于特定类别的“排斥”或“混淆”倾向。

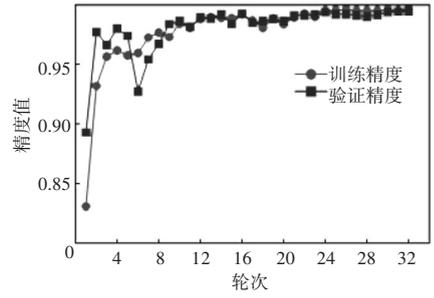
4 实验结果

4.1 MobileNetV2 模型训练结果

为验证模型训练效能,对 MobileNetV2 进行 32 轮迭代训练,同步监测训练损失、验证损失及训练精度、验证精度的动态变化如图 3 所示。结果显示训练损失从初始轮次的 0.387 5 持续下降至最终轮次的 0.004 7,验证损失从 0.200 7 逐步收敛至 0.024 6;训练精度由 0.831 0 提升至 0.996 8,验证精度从 0.893 0 增长至 0.994 3。从趋势来看,训练损失整体低于验证损失,二者虽在第 6、8 轮的验证损失及第 20 轮的训练精度等个别轮次出现小幅波动,但损失值总体稳定下降,精度值呈上升态势,未出现训练损失持续走低而验证损失反弹的过拟合现象,这一结果表明:模型对训练数据的特征学习能力随迭代增强,且在未参与训练的验证集上保持一致的性能提升,验证了其良好的泛化能力。



(a) 训练和验证损失值随训练轮次的变化



(b) 训练和验证精度随训练轮次的变化

图 3 MobileNetV2 模型的损失值和精度值随训练轮次的变化图

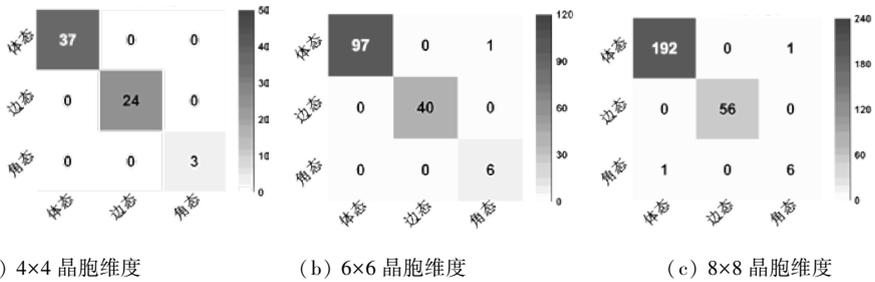
Fig. 3 Loss and accuracy curves of MobileNetV2 model versus epochs

4.2 在平移对称性系统中的分类结果

为系统验证 MobileNetV2 模型对拓扑态图像的分类鲁棒性, 本文在平移对称性系统中开展多尺度实验。实验采用控制变量法, 保持球棍模型材料参数与结构规格一致, 构建 4×4、6×6、8×8 三种晶胞维度的热输运系统, 以排除材料属性与结构尺寸对分类结果的干扰。

不同晶胞维度的平移对称性系统下 MobileNetV2 模型分类识别的混淆矩阵如图 4 所示。4×4 晶胞系

统中, 体态、边态、角态的正确分类样本数分别为 37、24、3 例, 三类拓扑态均无错判, 实现全样本正确分类; 6×6 晶胞系统中, 体态、边态、角态正确分类数分别为 97、40、6 例, 仅 1 例体态被误判为角态, 表明模型对中等尺度拓扑特征的捕捉能力稳定; 8×8 晶胞系统中, 体态 192 例、边态 56 例、角态 6 例均正确分类, 仅出现 1 例体态误判为角态及 1 例角态误判为体态的情况, 说明模型在高维度复杂系统中仍具备可靠的特征提取能力。



(a) 4×4 晶胞维度

(b) 6×6 晶胞维度

(c) 8×8 晶胞维度

图 4 在平移对称性系统下 MobileNetV2 模型分类识别的混淆矩阵

Fig. 4 Confusion matrix of MobileNetV2 model classification in translationally symmetric systems

在不同晶胞维度的平移对称性系统下 MobileNetV2 模型分类识别的各指标值见表 1。4×4 晶胞系统的准确率、平均精确率、平均召回率、平均 F1 分数及平均特异度均达 1.000 0, 体现模型在理想周期系统中的最优性能; 6×6 晶胞系统准确率为 0.952 4, 平均精确率与召回率分别为 0.996 6 和 0.996 4, 平均 F1 分数 0.972 6, 表明其在类别平衡场景下分类性能优异; 8×8 晶胞系统虽因样本复杂度提升导致部分指标略有波动, 但平均特异度仍保持 0.993 4, 印证模型对拓扑态特征的强鲁棒性。

表 1 在平移对称性系统下 MobileNetV2 模型分类识别的各指标值

Table 1 Classification metrics of MobileNetV2 model in translationally symmetric systems

系统	晶胞维度	准确率	平均精确率	平均召回率	平均 F1 分数	平均特异度
平移对称性系统	4×4	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0
	6×6	0.952 4	0.996 6	0.996 4	0.972 6	0.997 6
	8×8	0.992 2	0.950 7	0.950 7	0.950 7	0.993 4

对比不同晶胞维度的结果可见, 模型分类性能与系统复杂度呈非线性关联; 4×4 晶胞的小尺度结构使拓扑特征分布具有高度规律性, MobileNetV2 的倒置残差结构可高效提取此类特征; 随着晶胞维度增加, 拓扑态空间分布复杂度上升, 模型通过深度可分离卷积的多层级特征融合, 仍能精准捕捉多尺度关联特征; 8×8 晶胞系统中角态样本数量未随晶胞尺寸同比增长, 但模型仍维持 0.950 7 的平均 F1 分数, 充分证明其对稀缺拓扑特征的鲁棒识别能力。

4.3 在非平移对称性系统中的分类结果

为探究模型在复杂拓扑环境中的鲁棒性,本文构建非平移对称性拓扑热系统,通过对哈密顿矩阵内部节点、边界点及四角节点的耦合系数施加非有理数倍无序扰动,模拟实际材料中的晶格缺陷与非均匀性,以打破系统平移对称性。实验保持球棍模型材料参数与结构规格一致,沿用 4×4 、 6×6 、 8×8 三种晶胞维度,通过单一变量控制确保结果可靠性。

在不同晶胞维度的非平移对称性系统下

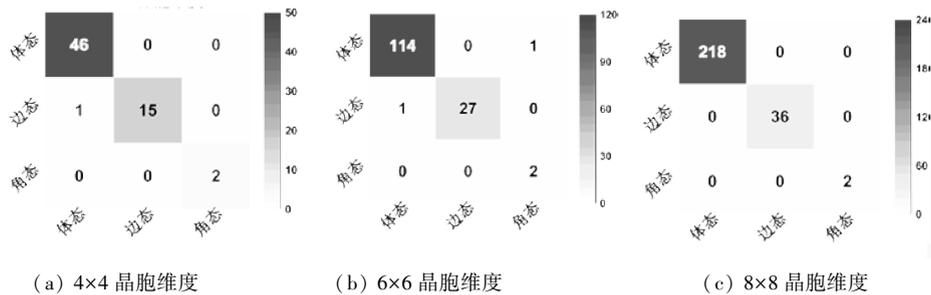


图5 在非平移对称性系统下 MobileNetV2 模型分类识别的混淆矩阵图

Fig. 5 Confusion matrix of MobileNetV2 model classification in asymmetric systems

在不同晶胞维度的非平移对称性系统下 MobileNetV2 模型分类识别的各指标值见表 2。数据进一步揭示非对称系统的分类特性,模型对 4×4 晶胞系统拓扑图像识别准确率达 0.984 4,平均召回率与特异度均为 1.000 0,显示模型对正样本的强捕

表 2 在非平移对称性系统下 MobileNetV2 模型分类识别的各指标值

Table 2 Classification metrics of MobileNetV2 model in asymmetric systems

系统	晶胞维度	准确率	平均精确率	平均召回率	平均 F1 分数	平均特异度
平移对称性系统	4×4	0.984 4	0.978 7	1.000 0	0.989 2	1
	6×6	0.986 2	0.829 0	0.991 3	0.991 3	0.996 5
	8×8	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0

5 结束语

本文融合拓扑物理原理与深度学习算法,构建了基于 MobileNetV2 的轻量级分类模型,系统地探究了其在二维 SSH 热输运系统中的分类性能。通过构建不同晶胞维度的平移对称与非对称系统条件下的数据集,结合改进的模型架构与加权损失函数,揭示了深度学习在复杂拓扑特征识别中的独特优势。特别地,针对数据集中较少的稀缺角态和边态,模型通过权重补偿机制显著提升识别准确度,有效缓解类别失衡问题。实验表明,模型在平移对称系统中实现全维度近高精度分类;在非对称系统中,分类准确率也近 99%。模型在非对称场景下的强鲁棒性,使其能够适配实际材料中的晶格缺陷与热导

MobileNetV2 模型分类识别的混淆矩阵如图 5 所示。 4×4 晶胞系统中,体态、边态、角态的正确分类数分别为 46、15、2 例,仅 1 例边态被误判为体态; 6×6 晶胞系统中,体态、边态、角态正确分类数分别为 114、27、2 例,边态仅存在 1 例误判,表明随系统复杂度增加,模型需处理更多变的特征模式; 8×8 晶胞系统实现全样本正确分类,展现模型在高维复杂系统中的优异适应性。

捉能力; 6×6 晶胞平均精确率降至 0.829 0,推测与非对称扰动导致的边态特征弱化相关,而 0.991 3 的平均召回率表明模型仍能有效识别主要拓扑态; 8×8 晶胞各项指标均达 1.000 0,验证了模型的深度特征提取对复杂拓扑模式的识别具有强鲁棒性。

率波动,为拓扑热器件的实时监测与逆向设计提供可靠工具。未来研究可进一步探索模型在非平衡态热输运中的泛化能力,推动拓扑热运输技术向多物理场耦合场景的深度应用。

参考文献

- [1] LI Y, LI W, HAN T, et al. Transforming heat transfer with thermal metamaterials and devices[J]. Nature Reviews Materials, 2021, 6(6): 488-507.
- [2] JU R, XU G, XU L, et al. Convective thermal metamaterials: Exploring high-efficiency, directional, and wave-like heat transfer[J]. Advanced Materials, 2023, 35(23): 2209123.
- [3] KIM J C, REN Z, YUKSEL A, et al. Recent advances in thermal metamaterials and their future applications for electronics packaging[J]. Journal of Electronic Packaging, 2021, 143(1): 010801.
- [4] LIU Z, JIN P, LEI M, et al. Topological thermal transport[J].

- Nature Reviews Physics, 2024, 6(9): 554–565.
- [5] WANG Y, SHA W, XIAO M, et al. Deep-learning-enabled intelligent design of thermal metamaterials [J]. *Advanced Materials*, 2023, 35(33): 2302387.
- [6] DIDARI-BADER A, KIM S, CHOI H, et al. Topological materials for near-field radiative heat transfer [J]. *Materials Today Physics*, 2024, 46: 101489.
- [7] XU G, ZHOU X, YANG S, et al. Observation of bulk quadrupole in topological heat transport[J]. *Nature Communications*, 2023, 14(1): 3252.
- [8] OBANA D, LIU F, WAKABAYASHI K. Topological edge states in the Su-Schrieffer-Heeger model [J]. *Physical Review B*, 2019, 100(7): 075437.
- [9] LUO X J, PAN X H, LIU C X, et al. Higher-order topological phases emerging from Su-Schrieffer-Heeger stacking [J]. *Physical Review B*, 2023, 107(4): 045118.
- [10] XU G, YANG Y, ZHOU X, et al. Diffusive topological transport in spatiotemporal thermal lattices[J]. *Nature Physics*, 2022, 18(4): 450–456.
- [11] HU H, HAN S, YANG Y, et al. Observation of topological edge states in thermal diffusion [J]. *Advanced Materials*, 2022, 34(31): 2202257.
- [12] LI Y, CHEN J, QI X, et al. Topology reconstruction for asymmetric systems by homomorphic mapping or perturbation approximation[J]. *Physical Review B*, 2024, 110(10): 104106.
- [13] ZHAO E, MAK T H, HE C, et al. Observing a topological phase transition with deep neural networks from experimental images of ultracold atoms [J]. *Optics Express*, 2022, 30(21): 37786–37794.
- [14] CHO E H, LIN L C. Nanoporous material recognition via 3d convolutional neural networks: prediction of adsorption properties [J]. *The Journal of Physical Chemistry Letters*, 2021, 12(9): 2279–2285.
- [15] KIM T H, PARK J H, JUNG K W, et al. Application of convolutional neural network to predict anisotropic effective thermal conductivity of semiconductor package [J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 51995–52007.
- [16] EJAZ F, HWANG L K, SON J, et al. Convolutional neural networks for approximating electrical and thermal conductivities of cu-cnt composites [J]. *Scientific Reports*, 2022, 12(1): 13614.
- [17] GROSSMANN W, HORN H, NIGGEMANN O. Improving remote material classification ability with thermal imagery [J]. *Scientific Reports*, 2022, 12(1): 17288.
- [18] SANDLER M, HOWARD A, ZHU M, et al. Mobilenetv2: Inverted residuals and linear bottlenecks [C]//*Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway, NJ: IEEE, 2018: 4510–4520.
- [19] LIU Z, CAO P C, XU L, et al. Higher-order topological in-bulk corner state in pure diffusion systems [J]. *Physical Review Letters*, 2024, 132(17): 176302.
- [20] CHEN B, PANG K, ZHENG R, et al. Hierarchical topological states in thermal diffusive networks [J]. *Physical Review B*, 2024, 109(5): 054312.